TD3 – Second principe

1 Transformations réversibles et irréversibles d'un gaz parfait

Un cylindre, muni d'un piston mobile sans frottement, de surface S et de masse négligeable, contient une masse $m = 1\,\mathrm{g}$ d'hélium (masse molaire $M_{\mathrm{He}} = 4\,\mathrm{g\,mol^{-1}}$), assimilable à un gaz parfait, à la température initiale de $300\,\mathrm{K}$. Les parois du cylindre sont adiabatiques. La pression atmosphérique vaut $1 \times 10^5\,\mathrm{Pa}$.

1. Donner la valeur initiale des variables d'état (P_0, V_0, T_0) de l'hélium.
2. Soit P_1 la pression du gaz à l'équilibre lorsqu'on exerce une force F sur le piston de façon à comprimer l'hélium. Exprimer le rapport $x = P_1/P_0$ en fonction de F et des données du problème.
3. La force F est exercée en plaçant "d'un seul coup" sur le piston une masse élevée. L'état final du gaz est défini par (P_1, V_1, T_1).
   i. La transformation est-elle réversible ?
   ii. Exprimer le travail échangé.
   iii. Exprimer la variation d'énergie interne.
   iv. En déduire les rapports V_1/V_0 et T_1/T_0 en fonction de x, R et de γ (le cœfficient adiabatique du gaz).
   v. Déterminer la variation d'entropie du gaz.
4. La force F est exercée en plaçant lentement et successivement sur le piston des masselottes. L'état final du gaz est défini par (P_2, V_2, T_2). Lors d'une telle transformation, le produit PV^γ est une constante.
   i. Exprimer les rapports V_2/V_0 et T_2/T_0.
   ii. Déterminer la variation d'entropie du gaz.

2 Variation d'entropie d'un ensemble de deux gaz parfaits

Un cylindre de volume $2V$ constant est séparé par un piston. Ce récipient contient de l'air que l'on assimilera à un gaz parfait de cœfficient adiabatique $\gamma = 7/5$ constant. Le système étudié est constitué par la totalité du gaz contenu dans les deux parties. Initialement, la partie de gauche contient $n_0 = 2\,\mathrm{mol}$ d'air à la température $T_0 = 300\,\mathrm{K}$; la partie de droite contient $n_1 = 1\,\mathrm{mol}$ d'air à la température $T_1 = 400\,\mathrm{K}$ et le piston est bloqué au milieu du cylindre. L'extérieur est assimilé à un thermostat à la température T_0 et les parois du cylindre sont diathermes. On débloque le piston et on attend l'équilibre thermique et mécanique du système.

1. Donner les expressions des pressions, volumes et températures en fin de transformation des gaz contenus dans les deux compartiments.
2. Calculer la variation d'entropie du système au cours de cette transformation.

3 Détente de Joule – Gay-Lussac

La détente de Joule – Gay-Lussac fait passer n moles de gaz parfait de l'état (P_i, V_i, T_i) à l'état (P_f, V_f, T_f) de manière monotherme irréversible, avec $V_f > V_i$.

1. La détente est-elle réversible ?
2. Connaît-on les états extrêmes du gaz parfait ? Le cas échéant, quels sont-il ?
3. Imaginer une transformation réversible permettant de relier ces deux états. Quelle serait la chaleur δQ_{rev} reçue par le gaz parfait au cours d'une étape élémentaire de cette détente ?
4. En déduire la variation d'entropie ΔS du gaz parfait au cours de la détente.
5. Le signe de ΔS est-il conforme aux prévisions ?

4 Variation d'entropie le long d'un cycle

Une mole de gaz parfait suit le cycle de transformations réversibles suivant :

- $A \to B$: compression adiabatique ;
- $B \to C$: transformation isochore ;
- $C \to A$: transformation isotherme.

On considérera le cœfficient adiabatique γ constant.

1. Tracer le cycle dans un diagramme de Clapeyron.
2. Exprimer la variation d'entropie pour chacune des transformations.
3. Exprimer la variation totale d'entropie le long du cycle. Le résultat était-il prévisible.

5 Variation d'entropie lors d'un mélange eau – glace

On mélange, sous pression atmosphérique, une masse $m_1 = 10\,\text{kg}$ prise à la température $T_1 = 27\,^\circ\text{C}$ et une masse $m_2 = 1\,\text{kg}$ de glace prise à la température $T_2 = -10\,^\circ\text{C}$. Exprimer littéralement, puis calculer numériquement, la température d'équilibre T et la variation d'entropie du système.

Données : chaleur massique de l'eau liquide $c_\text{l} = 4.2\,\text{kJ}\,\text{kg}^{-1}\,\text{K}^{-1}$; chaleur massique de la glace $c_\text{s} = 2.15\,\text{kJ}\,\text{kg}^{-1}\,\text{K}^{-1}$; chaleur latente de fusion de l'eau $L_\text{f} = 336\,\text{kJ}\,\text{kg}^{-1}$.

6 Variation d'entropie associée au chauffage d'une masse d'eau

On suppose que la pression est constante et que l'ensemble est isolé thermiquement de l'extérieur.

1. Un kilogramme d'eau initialement à $20\,^\circ\text{C}$ est mis en contact avec une source de chaleur à $100\,^\circ\text{C}$. Calculer la variation d'entropie de l'eau, de la source et de l'ensemble.
2. Au lieu de chauffer l'eau par l'intermédiaire de cette seule source, on la chauffe d'abord avec une source intermédiaire à $60\,^\circ\text{C}$. Lorsque l'équilibre thermique est atteint, on enlève cette source et on la remplace par la précédente ($100\,^\circ\text{C}$). Déterminer la variation d'entropie de l'eau, des deux sources et de l'ensemble. Comparer au résultat de la question précédente et commenter.
3. Que se passerait t'il si on chauffait avec trois sources, puis n sources : quelle serait alors la variation d'entropie dans la limite $n \to \infty$?