

Mécanique des Fluides 4F – Examen

Dans la totalité de l'énoncé, le fluide est un gaz parfait pour lequel $\gamma = 7/5$ et $r = 287 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

Calculatrices et documents autorisés.

Exercice 1 (6 points)

Un réservoir contient de l'air comprimé sous une pression $p_i = 4 \text{ bar}$, supposée pression d'arrêt à l'état initial. L'ouverture complète d'une vanne dans ce réservoir provoque la détente de l'air vers l'extérieur sous forme d'un jet ayant un diamètre $D = 5 \text{ mm}$. Les paramètres extérieurs du jet d'air à l'état final sont : $p_e = 1 \text{ bar}$ et $T_e = 25^\circ\text{C}$.

1. Calculer la vitesse du son à l'extérieur du réservoir.
2. Déterminer la masse volumique de l'air à l'extérieur du réservoir.
3. Écrire l'équation de Saint-Venant reliant la pression au point d'arrêt à celle en un point quelconque du jet.
4. En déduire le nombre de Mach M au niveau du jet d'air. Quelle est la nature de l'écoulement ?
5. Calculer la vitesse d'écoulement du jet d'air.
6. En déduire le débit massique.

Exercice 2 (7 points)

On se propose de quantifier les effets de compressibilité dans un écoulement d'air à $v = 100 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $p = 1 \text{ bar}$ et $T = 15^\circ\text{C}$.

1. Calculer le nombre de Mach. La célérité du son sera exprimée avec 5 chiffres significatifs (c'est à dire, 2 chiffres après la virgule).
2. On suppose dans un premier temps que le fluide est incompressible. Calculer la pression sur le bord d'attaque. On utilisera le théorème de Bernoulli.
3. On considère dans un deuxième temps les effets de compressibilité. Trouver la pression d'arrêt sur le bord d'attaque.
4. Quelle est la différence (exprimée en pourcentage) entre les pressions calculées sur le bord d'attaque?
5. De combien faudrait-il diminuer la vitesse de l'écoulement pour que la pression d'arrêt réelle soit égale à la valeur calculée en négligeant les effets de compressibilité? Donner une valeur relative (exprimée en pourcentage).

Exercice 3 (7 points)

Une tuyère de Laval à section circulaire (diamètre au col de $D = 10 \text{ mm}$) est alimentée par une source d'air sec de température et pression génératrices constantes. Elle débouche dans un réservoir de très grande capacité dont la pression statique peut être maintenue à un niveau constant P_a quelconque. On mesure en sortie de tuyère une pression statique $P_s = 0.39 \times 10^5 \text{ Pa}$ et un nombre de Mach $M_s = 0.2$. On donne $T_i = 400 \text{ K}$.

1. Que valent la célérité du son et la vitesse de l'écoulement en sortie de tuyère ?
2. Calculer la pression génératrice P_i .
3. Calculer la masse volumique du fluide en sortie de tuyère, le diamètre de la section de sortie et le débit massique du fluide éjecté.