

Théorème d'Euler

1 Élargissement brusque dans une conduite

Soit une conduite de section S_1 débouchant brusquement dans une autre de section S_2 supérieure. Les deux conduites sont cylindriques et horizontales.

L'expérience montre que l'écoulement se produit comme illustré à la figure 1.

- À la sortie du tuyau S_1 , il se forme un jet dont on supposera la vitesse v_1 uniforme à la naissance; le fluide ne suit pas immédiatement les parois du tube S_2 . Il y a décollement des lignes de courant, mais la pression p_1 reste constante dans toute la section S_2 .
- À une distance suffisante du raccord, la vitesse v_2 est redevenue uniforme, ainsi que la pression p_2 .

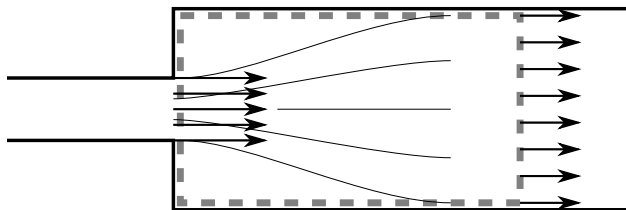


Figure 1: Écoulement dans un élargissement brusque

1. À partir de la conservation du débit massique, établir une relation entre S_1 , S_2 , v_1 et v_2 .
2. À partir du théorème de Bernoulli généralisé, exprimer la perte de charge singulière Δh due à l'élargissement brusque en fonction de v_1 , v_2 , P_1 , P_2 , ρ et g .
3. Dédire du théorème de la quantité de mouvement appliqué au volume de contrôle $ABCD$ une relation reliant S_1 , S_2 , v_1 , v_2 , P_1 , P_2 et ρ . On projettera suivant l'axe de la conduite, et on admettra :

$$\vec{e}_x \cdot \oint_V P \vec{n} dS = P_2 S_2 - P_1 S_2.$$

4. Utiliser ces trois relations afin d'exprimer Δh en fonction de v_1 , v_2 et g .
5. Dédire de cette relation et de la conservation du débit le coefficient k tel que

$$\Delta h = \frac{v_1^2}{2g} k$$

en fonction de S_1 et S_2 .

Indication : on rappelle le théorème de la quantité de mouvement

$$\oint_S \rho \vec{v} (\vec{v} \cdot \vec{n}) dS = - \oint_S P \vec{n} dS \quad (1)$$

où \vec{n} est la normale extérieure.

2 Réaction d'une lance d'incendie

L'embout d'une lance d'incendie a 3 cm de diamètre intérieur. Il est vissé à un tube cylindrique de 8 cm de diamètre intérieur. Lorsque l'embout est ouvert, la lance débite 40 L d'eau par seconde.

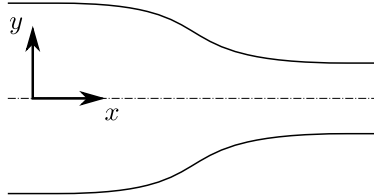


Figure 2: Réaction d'une lance d'incendie

1. Déterminer les vitesses v_1 et v_2 .
2. En supposant $P_2 = P_{\text{atm}} = 1$ bar et en négligeant les pertes de charge, déterminer la pression totale P_t sous laquelle la lance fonctionne. En déduire P_1 .
3. En négligeant le poids de l'eau dans la lance, déterminer la résultante des forces à laquelle doit résister le pas de vis.

On suppose à présent que l'embout est fermé.

4. En supposant que P_t n'a pas changé, déterminer la résultante des forces à laquelle doit résister le pas de vis.

3 Coude à angle droit

Soit un tube de section circulaire de diamètre 0.2 cm, coude à angle droit et posé sur un plan horizontal (Fig. 3). Il contient de l'eau à la pression moyenne de 6 bar.

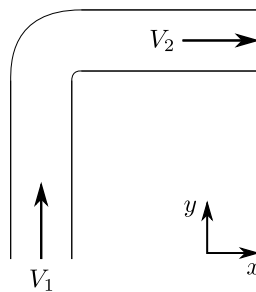


Figure 3: Coude à angle droit

1. Quelle est, en projection horizontale, la résultante des forces s'exerçant sur le coude quand la vitesse d'écoulement est négligeable ?
2. Que devient cette résultante quand la vitesse d'écoulement n'est plus négligeable et correspond à un débit de $0.160 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$? On négligera les frottements.
3. Quelle est l'action mécanique exercée par une tuyauterie en S, composée de deux coudes identiques au précédent ?

4 Transfert d'énergie à un auget mobile

Un auget capable de renvoyer une veine d'eau dans le sens opposé à la direction incidente est porté par un chariot mobile sur des rails parallèles à la veine d'eau dont la vitesse est V .

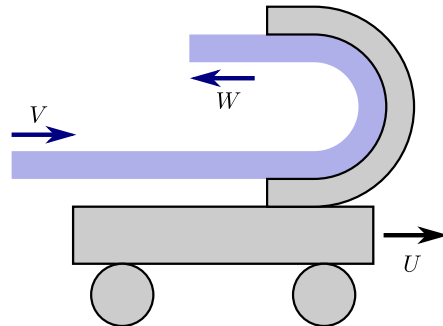


Figure 4: Auget mobile

1. Calculer la vitesse W de l'écoulement en sortie de l'auget quand ce dernier se déplace avec une vitesse U constante dans le même sens que V .
2. Calculer la puissance absorbée par l'auget.
3. Quel est le rendement énergétique de cette installation.
4. Dans quelles conditions la puissance absorbée est-elle maximale ?