TD MECA FLU
19/03/21

Séance du 12/03

Bernoulli pour des fluides parfaits.

$$P + \frac{1}{2}\rho V^2 + \rho g h = \text{constante}$$

le long de lignes de courant.

(charge) $$H = \frac{P}{\rho g} + \frac{V^2}{2g} + h = \text{constante}$$

(Hypothèses → incompressible : ρ = constante.)
→ stationnaire
→ parfait ($\mu = 0$)

Séance du 19/03

Bernoulli généralisé : fluide visqueux

$$H_s - H_e = h_u - h_v$$

CHARGE UTILE

PERTES DE CHARGE

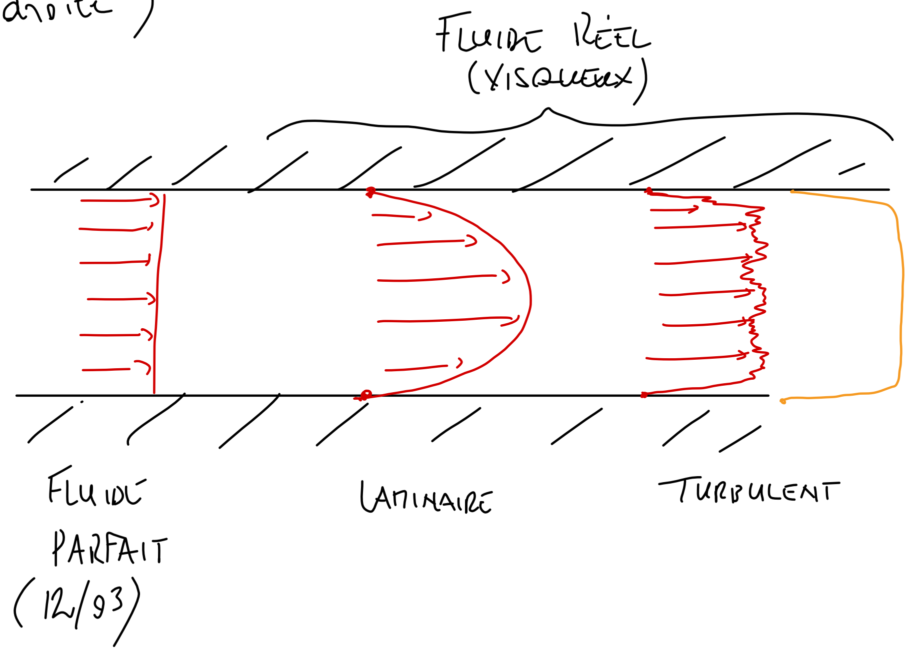
$$\forall i \in \{s, e\}, \quad H_i = \frac{P_i}{\rho g} + \frac{\alpha V_i^2}{2g} + h_i$$

$$h_v = h_r + h_s$$

Pertes de charge singulière

α $\begin{cases} = 1 & \text{fluides parfaits} \\ = 2 & \text{écoulement laminaire} \\ 1,02 < \alpha < 1,15 & \text{écoulement turbulent} \end{cases}$ fluides réels (laminaire et turbulent)

Pertes de charge régulière
(friction sur les parois de conduite droite)



$$h_r = \frac{V^2}{2g}\frac{L}{D}\lambda(Re, \varepsilon)$$

Rugosité relative (0 si paroi lisse)

Nombre de Reynolds

$$Re = \rho\frac{VD}{\mu}$$

$$h_s = \frac{V^2}{2g} k$$

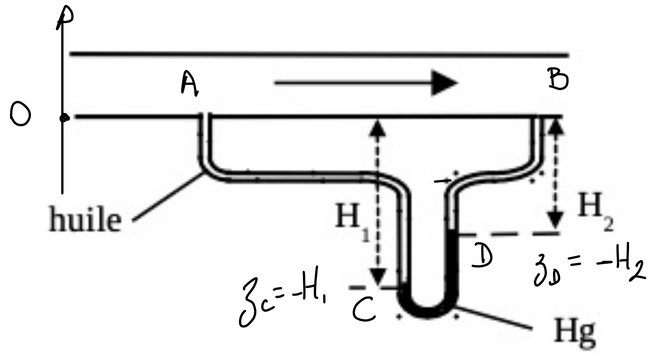
coefficient de perte de charge

Ex : élargissement brusque

$$k = \left(1 - \frac{S_e}{S_s}\right)^2$$

EXERCICE 1 - MANOMETRE EN U.

①



$V =$ constante

($S =$ constante)

$$H_B - H_A = 0 - h_r \qquad (I)$$

où $$h_r = \frac{V^2}{2g} \frac{L}{D} \lambda(Re)$$

et $$H_A = \frac{P_A}{\rho g} + \frac{V^2}{2g}, \quad H_B = \frac{P_B}{\rho g} + \frac{V^2}{2g}$$

BERNOULLI GENERALISÉ

$$P_A = P_c - \rho g H_1 \qquad (II)$$

$$P_c - \rho' g H_1 = P_D - \rho' g H_2 \qquad (III)$$

$$P_D - \rho g H_2 = P_B \qquad (IV)$$

$\rho =$ masse volumique de l'huile

$\rho' =$ masse volumique du mercure

BERNOULLI

En sommant les équations (II), (III) et (IV), on trouve

$$P_A - \rho' g H_1 - \rho g H_2 = P_B - \rho g H_1 - \rho' g H_2$$

$$\iff P_B - P_A = \rho g H_1 - \rho' g H_1 + \rho' g H_2 - \rho g H_2$$

$$\iff P_B - P_A = (\rho - \rho') g H_1 - (\rho - \rho') g H_2$$

$$\iff \boxed{P_B - P_A = (\rho - \rho')(H_1 - H_2)\, g} \quad (\mathrm{V})$$

On compare ce résultat à l'équation I :

$$H_B - H_A = -h_r \qquad (\mathrm{I})$$

$$\iff \frac{P_B}{\rho g} + \cancel{\frac{V^2}{2g}} - \frac{P_A}{\rho g} - \cancel{\frac{V^2}{2g}} = -h_r$$

$$\iff \boxed{P_B - P_A = -\rho g h_r} \qquad (\mathrm{I\,bis})$$

On égale les seconds membres de (V) et (I bis) pour fluxes :

$$(\rho - \rho')\cancel{g}(H_1 - H_2) = -\rho \cancel{g} h_r$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{h_r = \frac{(\rho' - \rho)}{\rho}(H_1 - H_2)}$$

APPLICAT° NUMÉRIQUE : voir feuille de calcul

2) $$h_r = \frac{V^2}{2g} \times \frac{L}{D} \times \lambda(Re) \qquad (VI)$$

La formule de Poiseuille (écoulements laminaires).

$$\lambda = \frac{64}{Re} \qquad (VII)$$

avec $$Re = \rho\frac{VD}{\mu} \qquad (VIII)$$

Substituons (VII) dans (VI).

$$h_r = \frac{V^2}{2g} \times \frac{L}{D} \times \frac{64}{Re} \qquad (VI)\text{ bis}$$

puis (VIII) dans (VI) bis

$$h_r = \frac{V^2}{2g}\,\frac{L}{D}\,\frac{64\mu}{\rho VD}$$

$$\Rightarrow \quad h_r = \frac{32\mu VL}{\rho g D^2}$$

On peut isoler V pour trouver :

$$V = \frac{\rho g D^2 h_r}{32 \mu L}$$

A.N. (feuille de calcul)

3 Puissance dissipée $\Phi_r = \rho g h_r q_v$

où $q_v = S V$

A.N. (feuille de calcul)

EXERCICE 3 - INSTALLATION DE POMPAGE

$$H_s - H_e = h_u - h_v \quad (I)$$

$$Q_v = 3\ m^3/h$$

$$H_i = \frac{P_i}{\rho g} + \frac{V_i^2}{2g} + h_i$$

$$P_p = \rho g\, h_u\, Q_v$$

$$(I) \Rightarrow \quad h_u = H_s - H_e + h_v \quad (I)\ \text{bis}$$

$$\left.\begin{array}{l} P_e = P_s = P_{atm}. \\ V_e = V_s = 0 \\ z_e = 1{,}5\,m, \quad z_s = 8\ m \end{array}\right\} \Rightarrow H_s - H_e = z_s - z_e = 6{,}5\,m$$

$$h_v = h_r + h_s$$

Calculons : V_a et V_r vitesse refoulement

vitesse aspiration

$$V_a = \frac{Q_v}{S_a} = \frac{4Q_v}{\pi D_a^2} = 0{,}0472 \text{ m/s}$$

$$V_r = \frac{Q_v}{S_r} = \frac{4Q_v}{\pi D_r^2} = 0{,}424 \text{ m/s}$$

$$h_v = h_r + h_s$$

$$= \underbrace{h_{ra} + h_{sa}}_{=h_a} + \underbrace{h_{rr} + h_{sr}}_{=h_{ref}}$$

$$= \frac{V_a^2}{2g}\left(\frac{L_a}{D_a}\lambda(Re_a) + \underbrace{\sum_i k_i}_{=K_a}\right)$$

$$+ \frac{V_r^2}{2g}\left(\frac{L_r}{D_r}\lambda(Re_r) + \underbrace{\sum k_i}_{=K_r}\right) + h_{ad}$$

$$Re_a = \rho\frac{V_a D_a}{\mu_a} = 7070$$

$$Re_r = \rho\frac{V_r D_r}{\mu_r} = 21\,200$$

Écoulements turbulents

On utilise la droite de Blasius : $\lambda = 0{,}316\, Re^{-1/4}$

$$\lambda_a = 0,0345$$

$$\lambda_r = 0,0262$$

$$K_a = 3 \times 0,2 + 1,1$$

$$K_r = 17 \times 0,1$$

$$\boxed{\begin{aligned} h_a &= h_{ra} + h_{sa} = 0,000297 \text{ m} \\ h_{ref} &= h_{rr} + h_{sr} = 3,13 \text{ m} \end{aligned}}$$

$$P_p = \rho g (h_a + h_{ref}) Q_v$$

$$\boxed{P_p = 25,6 \text{ W}}$$

$$P_r = \frac{P_p}{0,94} = 27,2 \text{ W}$$