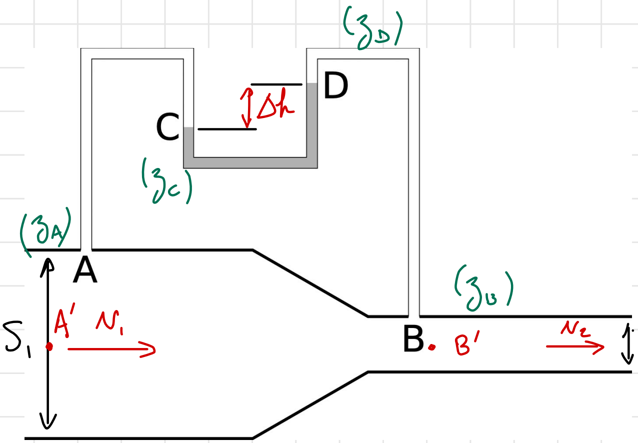
MECA FLU 3F

1. MANOMETRE DIFFERENTIEL

$P_{A'} = P_A$



$P_{B'} = P_B$

<u>Objectif</u> : relier le débit volumique ($\dot{q}_v$ en m^3/s) en fonction des données du problème :

$$\rho_{eau} = \rho, \quad \rho_{mercure} = \rho', \quad \Delta h, \quad g$$

<u>Rappel</u> : le long d'une ligne de courant (points 1 et 2) on

$$\boxed{P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g z_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g z_2} \qquad (I)$$

Rappel : conservation de la masse (volume pour un fluide incompressible)

$$\boxed{S_1 v_1 = S_2 v_2 = \dot{q}_v} \qquad (II)$$

Ecrivons le th. de Bernoulli entre les points :

(*) A' et B'

EAU

$$P_{A'} + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \cancel{\rho g z_A} = P_{B'} + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \cancel{\rho g z_B} \qquad (\mathrm{III})_a$$

$$P_{A'} = P_A \qquad P_{B'} = P_B$$

(**) A et C

$$P_A + \frac{1}{2}\rho \cancelto{0}{v^2} + \rho g z_A = P_C + \frac{1}{2}\rho \cancelto{0}{v^2} + \rho g z_C \qquad (\mathrm{III})_b$$

(***) C et D

$$P_C + \frac{1}{2}\rho' \cancelto{=0}{v^2} + \rho' g z_C = P_D + \frac{1}{2}\rho' \cancelto{0}{v^2} + \rho' g z_D \qquad (\mathrm{III})_c$$

(****) D et B

$$P_D + \frac{1}{2}\rho \cancelto{=0}{v^2} + \rho g z_D = P_B + \frac{1}{2}\rho \cancelto{=0}{v^2} + \rho g z_B \qquad (\mathrm{III})_d$$

$(\mathrm{IV})_a$

$$P_A + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_B + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

$$P_A + \rho g z_A = P_C + \rho g z_C \qquad (\mathrm{IV})_b$$

$$P_C + \rho' g z_C = P_D + \rho' g z_D \qquad (\mathrm{IV})_c$$

$$P_D + \rho g z_D = P_B + \rho g z_B \qquad (\mathrm{IV})_d$$

En faisant la somme $(IV)b + (IV)c + (IV)d$:

$$P_A + \rho g z_A + \cancel{P_C} + \rho' g z_C + \cancel{P_D} + \rho g z_D$$
$$= \cancel{P_C} + \rho g z_C + \cancel{P_D} + \rho' g z_D + P_B + \rho g z_B$$

soit encore

$$P_A + \rho g (z_A + z_D) + \rho' g z_C$$
$$= P_B + \rho g (z_B + z_C) + \rho' g z_D$$

$$\Leftrightarrow \quad P_A - P_B = \rho g (z_B - z_A + z_C - z_D)$$
$$+ \rho' g (z_D - z_C)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{P_A - P_B = \rho g \underbrace{(z_B - z_A)}_{(1)} + (\rho' - \rho) g \underbrace{(z_D - z_C)}_{(2)}}$$

(1) $\quad z_B - z_A = R_2 - R_1$

$$= \sqrt{S_2/\pi} - \sqrt{S_1/\pi}$$

(2) $\quad z_D - z_C = \Delta h$

On trouve enfin :

$$P_A - P_B = (\rho' - \rho) g \Delta h + \rho g (R_2 - R_1)$$

(IV)a $\Rightarrow$ $P_A - P_B = \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2)$

(II) $\Rightarrow$ $S_1 v_1 = S_2 v_2$

Trois équations, trois inconnues : $\Delta P \equiv P_A - P_B$, v_1 et v_2

On élimine ΔP :

$$\frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2) = (\rho' - \rho) g \Delta h + \rho g (R_2 - R_1)$$

$$v_2 = \frac{S_1}{S_2} v_1$$

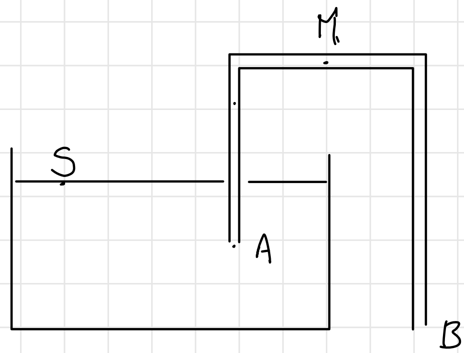
On élimine v_2 :

$$\frac{1}{2} \rho \left[\left(\frac{S_1}{S_2} \right)^2 - 1 \right] v_1^2 = (\rho' - \rho) g \Delta h + \rho g (R_2 - R_1)$$

$$\Leftrightarrow \quad v_1^2 = \frac{2(\rho' - \rho) g \Delta h + 2 \rho g (R_2 - R_1)}{\rho \left[\left(S_1/S_2 \right)^2 - 1 \right]}$$

$$\Leftrightarrow \quad \boxed{v_1 = \sqrt{\frac{2(\rho' - \rho) g \Delta h + 2\rho g (z_2 - z_1)}{\rho\left[\left(\frac{S_1}{S_2}\right)^2 - 1\right]}}}$$

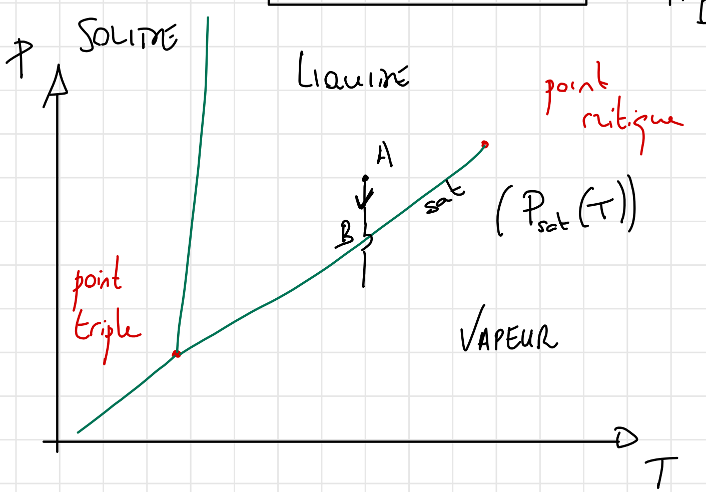
2) Siphon



① $P + \rho g z$ est constant dans la conduite

$\Rightarrow$ si $z \nearrow$, alors $P \searrow$

Cavitation



② Appliquons le théorème de Bernoulli entre la surface libre (S) et le point le plus élevé de la conduite (M) :

$$P_{atm.} + \rho g z_s = \underset{\approx 0}{P_{sat}(T)} + \rho g z_M + \rho \frac{v^2}{2}$$

(énoncé : pression de vapeur saturante négligeable)

$$\Rightarrow \quad P_{atm} + \rho g z_s = \rho g z_M + \rho \frac{v^2}{2}$$

$$\Rightarrow \quad \rho \frac{v^2}{2} = P_{atm} + \rho g (z_s - z_M)$$

$$\Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2\left[P_{atm} + \rho g (z_s - z_M)\right]}{\rho}}$$

A.N. $\quad z_M - z_s = 4\,m$

③ À la sortie : $P = P_{atm}$ le théorème de Bernoulli s'applique entre la surface libre et la sortie du siphon :

$$\cancel{P_{atm}} + \rho g z_s = \cancel{P_{atm}} + \rho g z_B + \frac{1}{2} \rho v^2$$

$$\Rightarrow \quad \cancel{\rho} g \underbrace{(z_S - z_B)}_{H} = \frac{1}{2} \cancel{\rho} v^2$$

$$\Rightarrow \quad H (= z_S - z_B) = \frac{v^2}{2g}$$

$1\,L = 1\,dm^3 = 10^{-3}\,m^3$

$1\,dm = 0,1\,m$

$1\,cm^2 = 10^{-4}\,m^2$

Longueurs

m	dm	cm	mm
0,	0	0	1

Aires

m^2	dm^2	cm^2	mm^2
0,	0 | 0	0 | 1	

Volumes

m^3	dm^3	cm^3	mm^3
0,	0 0 1		