4 Cycle de Beau de Rochas (1862)

Les moteurs à combustion interne à allumage commandé, tels que les moteurs à essence utilisés dans les voitures, fonctionnent selon un cycle thermodynamique qui est représenté de manière approchée par le cycle de Beau de Rochas. Un tel moteur fonctionne sur 4 temps du mouvement d'un piston dans un cylindre tels que :

1. Admission – Initialement, le piston est au point mort en haut du cylindre. Puis, le piston descend et un mélange d'air et de carburant est aspiré dans le cylindre via la soupape d'admission.
2. Compression – La soupape se ferme et le piston remonte en comprimant le mélange.
3. Combustion et détente – Lorsque le piston est remonté au point mort, le mélange air-carburant est enflammé par une bougie d'allumage. La pression des gaz portés à haute température produit une explosion lors de la combustion. Le piston redescend. C'est le temps moteur au cours duquel le mouvement du piston produit du travail mécanique directement utilisable.
4. Échappement – La soupape d'échappement s'ouvre pour évacuer les gaz brûlés qui sont poussés par le piston qui remonte au point mort.

Dans la pratique, les moteurs à explosion fonctionnent généralement avec quatre cylindres, ce qui permet de réaliser une rotation quasi uniforme du moteur.

Le cycle de Beau de Rochas est modélisé par 4 transformations réversibles au cours desquelles une masse donnée, notée m, d'air et de carburant subit deux transformations adiabatiques et deux isochores (voir le diagramme de Clapeyron de la figure -Fig. 2).

1. Admission – isobare (OA),
2. Compression – adiabatique (AB),
3. Combustion – isochore (BC),
4. Détente – adiabatique (CD),
5. Ouverture de la soupape – isochore (DA),
6. Échappement – isobare (AO).

Pour simplifier, ce cycle modèle ne prend pas en compte l'admission de carburant. L'air et le carburant qui se transforment sont identiques au cours des cycles successifs.

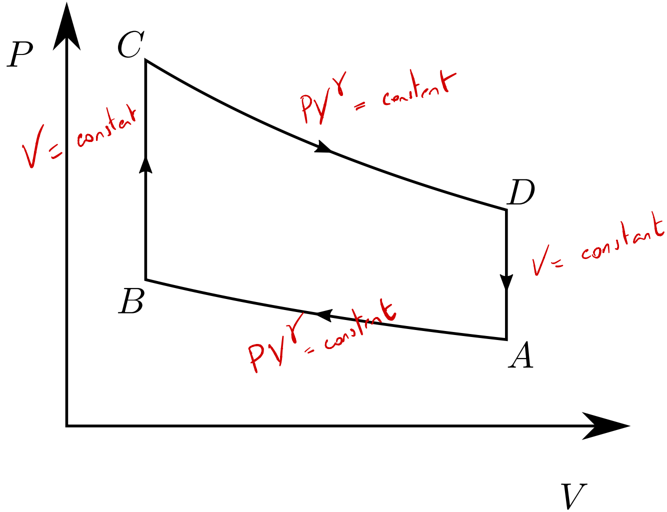

Figure 2: Cycle de Beau de Rochas

On note le rapport volumétrique : $a = V_A/V_B$ avec $a > 1$ et le pouvoir calorifique du mélange combustible $b = Q_{BC}/m$ où Q_{BC} est la chaleur produite par la combustion d'une masse m de mélange. Dans la suite, on assimile le mélange à un gaz parfait diatomique, la pression d'admission vaut $P_A = 1\,\mathrm{atm}$ et $T_A = 17\,°\mathrm{C}$, et on prend $a = 9$, $b = 660\,\mathrm{cal\,g^{-1}}$, la chaleur spécifique massique de l'air à volume constant $c_V = 0.17\,\mathrm{cal\,g^{-1}\,K^{-1}}$. On note enfin $\gamma = c_P/c_V$.

1. Déterminer les pressions et températures en B, C et D.
2. Calculer l'efficacité d'une machine de Carnot fonctionnant entre la température de la source chaude T_C et celle du milieu extérieur à T_A.
3. Déterminer l'efficacité du cycle Beau de Rochas en fonction de a et γ.

① Connaissant a, b, γ, P_A et T_A, exprimer

P_B, V_B, T_B

P_C, V_C, T_C

P_D, V_D, T_D.

$$P_C = a^\gamma P_A + \frac{nRab}{c_v V_A}$$

	P	V	T
A	P_A	V_A (*)	T_A
B	$a^\gamma P_A$	V_A/a	$a^{\gamma-1} T_A$
C	$a^\gamma P_A + \frac{nRab}{c_v V_A}$	V_A/a	$a^{\gamma-1} T_A + b/c_v$
D	$P_A + \frac{nRb}{a^{\gamma-1} c_v V_A}$	V_A	$T_A + \frac{b}{a^{\gamma-1} c_v}$

$$V_A = \frac{nRT_A}{P_A} \quad (*)$$

$$a = \frac{V_A}{V_B} \iff V_B = \frac{V_A}{a}$$

La transformation AB est isentropique.

Or pour un gaz parfait,

$$P_A V_A^{\gamma} = P_B V_B^{\gamma}$$

$$\Leftrightarrow \quad P_B = P_A \Big(\underbrace{\frac{V_A}{V_B}}_{=a}\Big)^{\gamma} = a^{\gamma} P_A$$

$$P_B V_B = nRT_B \Leftrightarrow T_B = \frac{P_B V_B}{nR}$$

Or $\quad V_B = V_A / a$

$$P_B = a^{\gamma} P_A$$

donc

$$T_B = \frac{a^{\gamma} P_A \times V_A / a}{nR}$$

$$\left(P_A V_A = nRT_A \Leftrightarrow \frac{P_A V_A}{nR} = T_A \right)$$

$$= a^{\gamma - 1} \underbrace{\frac{P_A V_A}{nR}}_{= T_A}$$

soit $\quad T_B = a^{\gamma-1} T_A$

Pour compléter la ligne c, on utilise le paramètre b (pouvoir calorifique) :

$$b = \frac{Q_{BC}}{m} \quad (**)$$

Sachant que la transformation BC est isochore, aucun échange de travail n'a lieu :

PREMIER PRINCIPE

$$\Delta_{B \to C} U = Q_{BC} + \underbrace{W_{BC}}_{=0 \text{ car } dV = 0}$$

d'où

$$\Delta_{B \to C} U = m b \quad (I)$$

d'après (**).

S'agissant d'un gaz parfait,

Première loi de Joule

$$\Delta_{B \to C} U = m\, c_v (T_C - T_B) \quad (II)$$

On obtient en combinant ces deux lois (I et II) :

$$\cancel{m}\, c_v (T_C - T_B) = \cancel{m}\, b$$

$$\Leftrightarrow \quad T_C - T_B = \frac{b}{c_v}$$

$$\Leftrightarrow \quad T_C = T_B + \frac{b}{c_v}$$

$$= a^{\gamma-1} T_A + b/c_v$$

Pour trouver P_c, il suffit d'utiliser la loi d'état :

$$P_C = \frac{nRT_c}{V_c} = nR \times \frac{\left(a^{\gamma-1} T_A + b/c_v\right)}{V_A/a}$$

$$\Leftrightarrow \quad P_c = a^{\gamma} \underbrace{\frac{nRT_A}{V_A}}_{= P_A} + \frac{nRab}{c_v V_A}$$

$$P_c = a^{\gamma} P_A + \frac{nRab}{c_v V_A}$$

Enfin, la transformation CD est une transformation adiabatique réversible :

$$P_c V_c^{\gamma} = P_D V_D^{\gamma}$$

$$\Leftrightarrow \quad P_C \left(\frac{V_A}{a}\right)^\gamma = P_D V_A^\gamma$$

$$\Leftrightarrow \quad P_D = \frac{P_C}{a^\gamma}$$

Enfin on trouve T_D en utilisant l'équation d'état :

$$P_D V_D = nRT_D$$

$$\Leftrightarrow \quad T_D = \frac{P_D V_D}{nR} = \left(P_A + \frac{nRb}{a^{\gamma-1} c_v V_A}\right)\frac{V_A}{nR}$$

$$= \frac{P_A V_A}{nR} + \frac{b}{a^{\gamma-1} c_v}$$

$$= T_A$$

$$\Rightarrow \quad T_D = T_A + \frac{b}{a^{\gamma-1} c_v}$$

Contrôle

9H45 → 11H45

SUJET | Envoi par email et sur le site habituel vlc1.github.io/m2201

COPIE | Dernier délai : 12H30 par retour du mail

Copie si possible au format pdf.

(utiliser une application "scanner" depuis votre smartphone, par ex CamScanner)

(utiliser votre scanner si vous en avez un)

vincent.le-chenadec@univ-eiffel.fr