4 Cycle de Beau de Rochas (1862)

Les moteurs à combustion interne à allumage commandé, tels que les moteurs à essence utilisés dans les voitures, fonctionnent selon un cycle thermodynamique qui est représenté de manière approchée par le cycle de Beau de Rochas. Un tel moteur fonctionne sur 4 temps du mouvement d'un piston dans un cylindre tels que :

1. Admission – Initialement, le piston est au point mort en haut du cylindre. Puis, le piston descend et un mélange d'air et de carburant est aspiré dans le cylindre via la soupape d'admission.
2. Compression – La soupape se ferme et le piston remonte en comprimant le mélange.
3. Combustion et détente – Lorsque le piston est remonté au point mort, le mélange air-carburant est enflammé par une bougie d'allumage. La pression des gaz portés à haute température produit une explosion lors de la combustion. Le piston redescend. C'est le temps moteur au cours duquel le mouvement du piston produit du travail mécanique directement utilisable.
4. Échappement – La soupape d'échappement s'ouvre pour évacuer les gaz brûlés qui sont poussés par le piston qui remonte au point mort.

Dans la pratique, les moteurs à explosion fonctionnent généralement avec quatre cylindres, ce qui permet de réaliser une rotation quasi uniforme du moteur.

Le cycle de Beau de Rochas est modélisé par 4 transformations réversibles au cours desquelles une masse donnée, notée m, d'air et de carburant subit deux transformations adiabatiques et deux isochores (voir le diagramme de Clapeyron de la figure -Fig. 2).

1. Admission – isobare (OA),
2. Compression – adiabatique (AB),
3. Combustion – isochore (BC),
4. Détente – adiabatique (CD),
5. Ouverture de la soupape – isochore (DA),
6. Échappement – isobare (AO).

Pour simplifier, ce cycle modèle ne prend pas en compte l'admission de carburant. L'air et le carburant qui se transforment sont identiques au cours des cycles successifs.

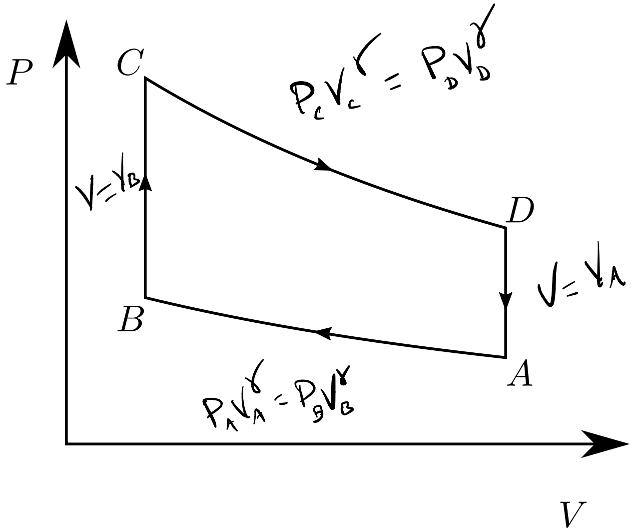

Figure 2: Cycle de Beau de Rochas

On note le rapport volumétrique : $a = V_A/V_B$ avec $a > 1$ et le pouvoir calorifique du mélange combustible $b = Q_{BC}/m$ où Q_{BC} est la chaleur produite par la combustion d'une masse m de mélange. Dans la suite, on assimile le mélange à un gaz parfait diatomique, la pression d'admission vaut $P_A = 1\,\mathrm{atm}$ et $T_A = 17\,^\circ\mathrm{C}$, et on prend $a = 9$, $b = 660\,\mathrm{cal\,g^{-1}}$, la chaleur spécifique massique de l'air à volume constant $c_V = 0.17\,\mathrm{cal\,g^{-1}\,K^{-1}}$. On note enfin $\gamma = c_P/c_V$.

1. Déterminer les pressions et températures en B, C et D.
2. Calculer l'efficacité d'une machine de Carnot fonctionnant entre la température de la source chaude T_C et celle du milieu extérieur à T_A.
3. Déterminer l'efficacité du cycle Beau de Rochas en fonction de a et γ.

Q1 Exprimer P, V et T en fonction de :

P_A, T_A, a, b, n, R, γ, c_v ...

	P	V	T
A	P_A	V_A (*)	T_A
B	$a^{\gamma} P_A$	V_A/a	$a^{\gamma-1} T_A$
C	$a^{\gamma}\left(1+\frac{b}{a^{\gamma-1}c_v T_A}\right) P_A$	V_A/a	$a^{\gamma-1}\left(1+\frac{b}{a^{\gamma-1}C_v T_A}\right) T_A$
D	$\left(1+\frac{b}{a^{\gamma-1}C_v T_A}\right) P_A$	V_A	$\left(1+\frac{b}{a^{\gamma-1}C_v T_A}\right) T_A$

S'agissant d'un gaz parfait,

$$P_A V_A = nRT_A \Rightarrow V_A = \frac{nRT_A}{P_A} \quad (*)$$

On rappelle la définition de a :

$$a = \frac{V_A}{V_B} \Rightarrow V_B = \frac{V_A}{a}$$

On sait que la transformation AB est adiabatique et réversible :

$$P_B V_B^{\gamma} = P_A V_A^{\gamma} \Rightarrow P_B = P_A \left(\underbrace{\frac{V_A}{V_B}}_{=a}\right)^{\gamma} = a^{\gamma} P_A$$

Connaissant P_B et V_B, on utilise l'équation d'état du gaz parfait pour en déduire T_B :

$$P_B V_B = nRT_B \iff T_B = \frac{P_B V_B}{nR} = \frac{a^\gamma P_A \times V_A/a}{nR}$$

$\left(P_A V_A = nRT_A \Rightarrow T_A = \frac{P_A V_A}{nR} \right)$

$$\Rightarrow T_B = a^{\gamma-1} \frac{P_A V_A}{nR}$$

$= T_A$

$$\Rightarrow T_B = a^{\gamma-1} T_A.$$

Concernant la transformation BC, on sait qu'elle est isochore ($dV = 0 \Rightarrow W_{BC} = 0$). De plus, on connait la chaleur reçue : $Q_{BC} = m\,b$.

En appliquant le premier principe, on trouve :

PREMIER PRINCIPE

$$\Delta_{B\to C} U = Q_{BC} + W_{BC} = mb$$

s'agissant d'un gaz parfait,

PREMIÈRE LOI DE JOULE

$$\Delta_{B\to C} U = m\, c_v\, \Delta_{B\to C} T$$

$$= m\, c_v (T_C - T_B)$$

En égalant ces deux seconds membres, on trouve

$$\cancel{m}\, b = \cancel{m}\, c_v (T_C - T_B)$$

$$\Leftrightarrow \quad b = c_v\,(T_c - T_B)$$

$$\Leftrightarrow \quad \boxed{T_c = T_B + \frac{b}{c_v}} \qquad \text{où} \quad T_B = a^{\gamma-1}\,T_A.$$

En appliquant l'équation d'état du gaz parfait à l'état C, on trouve :

$$P_c V_c = nRT_c \implies P_c = \frac{nRT_c}{V_c}$$

$$\implies P_c = nR\,\frac{a^{\gamma-1}T_A + \frac{b}{c_v}}{V_A/a}$$

$$\implies P_c = a^{\gamma}\,\underbrace{\frac{nRT_A}{V_A}}_{=P_A} + a\,\frac{nRb}{V_A c_v}$$

$$\implies P_c = a^{\gamma}P_A + \frac{a\,\overbrace{nRb}^{=P_A/T_A}}{V_A c_v}$$

$$\implies P_c = a\left(a^{\gamma-1} + \frac{b}{T_A c_v}\right)P_A$$

$$\implies P_c = a^{\gamma}\left(1 + \frac{b}{a^{\gamma-1}T_A c_v}\right)P_A \quad (I)$$

On peut enfin utiliser le fait la transformation CD est adiabatique réversible.

$$P_C V_C^{\gamma} = P_D V_D^{\gamma} \Rightarrow P_D = P_C \Bigg(\underbrace{\frac{V_C}{V_D}}_{=\frac{1}{a}}\Bigg)^{\gamma} = a^{-\gamma} P_C$$

En utilisant (I), on trouve :

$$P_D = \left(1 + \frac{b}{a^{\gamma-1} C_v T_A}\right) P_A$$

En utilisant une dernière fois la loi d'état des gaz parfaits (à l'état D) :

$$P_D V_D = nRT_D \Rightarrow T_D = \frac{P_D V_D}{nR}$$

$$\Rightarrow T_D = \left(1 + \frac{b}{a^{\gamma-1} C_v T_A}\right) \underbrace{\frac{P_A V_A}{nR}}_{= T_A}$$

$$\Rightarrow T_D = \left(1 + \frac{b}{a^{\gamma-1} C_v T_A}\right) T_A$$

CONTRÔLE

Sujet

→ Envoi par email

→ En ligne vlcl.github.io/m2201

Copies :

→ Réponse par email (vincent.le-chenadec@univ-eiffel.fr
vincent.lechenadec@u-pem.fr)

→ Idéalement, un fichier pdf

(1) Scanner

(2) App. smartphone (CamScanner ...)

Horaire :

9H45 → 11H45

Jusqu'à 12H30 pour l'envoi