THERMO - 2S1
11 / 3 / 21

PTUT : point au début du cours de thermo du 16/03

RAPPEL Premier principe $dU = \delta W + \delta Q$

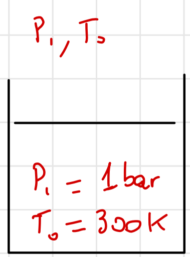
Second principe $dS = \delta S^r + \delta S^c$

où l'entropie échangée $\delta S^r = \dfrac{\delta Q}{T}$

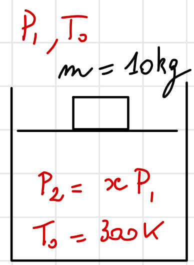
et l'entropie créée $\delta S^c \begin{cases} = 0 & \text{si réversible} \\ > 0 & \text{sinon} \end{cases}$

EXERCICE 2 COMPRESSION ISOTHERME IRRÉVERSIBLE DE L'HÉLIUM

1



ÉTAT INITIAL



ÉTAT FINAL

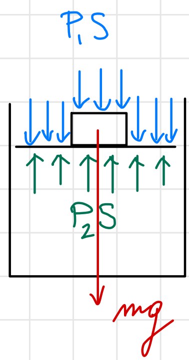
② Application du principe fondamental de la statique à l'état final au piston : $\sum_i \vec{F}_{i \to piston} = \vec{0}$

Forces à prendre en compte :

-> Pression du gaz dans l'enceinte

-> Poids de la masselotte.

-> Pression de l'air extérieur



$$P_2 S - P_1 S - mg = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad P_2 S = P_1 S + mg$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{P_2 \cancel{S}}{P_1 \cancel{S}} = \frac{\cancel{P_1 S}}{\cancel{P_1 S}} + \frac{mg}{P_1 S} \qquad \div (P_1 S)$$

$$\Leftrightarrow \quad x \equiv \frac{P_2}{P_1} = 1 + \frac{mg}{P_1 S}$$

③ Effectuer un bilan énergétique : $\underset{*}{\Delta U}$, $\underset{**}{W}$ puis $\underset{***}{Q}$.

* $dU = C_v dT$ (1ère loi de Joule)

$$\int_{EI}^{EF} dU = U(E.F) - U(E.I) = \int_{EI}^{EF} C_v dT = C_v \int_{EI}^{EF} dT = C_v (T_0 - T_0)$$

$$\boxed{\Delta U = 0}$$

** $\delta W = -P_{ext}\, dV$: d'après l'énoncé, la transformation est irréversible. On va donc supposer P_{ext} constante : $P_{ext} = P_2$

On trouve alors

$$\delta W = -P_2\, dV$$

$$W = \int_{EI}^{EF} \delta W = -P_2 \int_{EI}^{EF} dV = -P_2 (V_2 - V_1)$$

On en déduit :

$$W = -P_2 V_2 + P_2 V_1$$

$$= -nRT_0 + P_2 \times \frac{P_1}{P_1} \times V_1$$

$$= -nRT_0 + \underbrace{\frac{P_2}{P_1}}_{= x} \times \underbrace{P_1 V_1}_{= nRT_0}$$

soit enfin : $W = -nRT_0 + x\, nRT_0$

$$\boxed{W = nRT_0 (x - 1)}$$

*** D'après le premier principe de la thermodynamique

$$\Delta U = W + Q$$

donc $Q = \Delta U - W$

$= 0 - nRT_0(x-1)$

soit encore $\boxed{Q = nRT_0(1-x)}$

(4) Pour effectuer un bilan entropique, on va appliquer une méthode qui sera utilisée fréquemment par la suite.

Rappelons l'énoncé du second principe :

$$dS = \delta S^r + \delta S^c$$

$$\Delta S = S^r + S^c$$

D'après l'énoncé la transformation étudiée est irréversible. On sait donc que $S^c > 0$. Cependant, cette inégalité ne nous permet pas de le calculer directement

$$\underset{***}{\underline{S^c}} = \Delta S - S^r$$

Le calcul préalable de $\underset{*}{\underline{\Delta S}}$ et $\underset{**}{\underline{S^r}}$ est nécessaire pour évaluer S^c

$*$ ΔS

RAPPEL DE L'EXERCICE 1 : $\boxed{dS = C_p \frac{dT}{T} - nR\frac{dP}{P}}$

On intègre :

$$\Delta S = \int_{EI}^{EF} dS = \int_{EI}^{EF} C_p \frac{dT}{T} - \int_{EI}^{EF} nR \frac{dP}{P}$$

$$= C_p \int_{EI}^{EF} \frac{1}{T} dT - nR \int_{EI}^{EF} \frac{1}{P} dP$$

$$= C_p \left[\ln T\right]_{T_0}^{T_0} - nR\left[\ln P\right]_{P_1}^{P_2}$$

$$= C_p \underbrace{\left(\ln T_0 - \ln T_0\right)}_{=0} - nR\underbrace{\left(\ln P_2 - \ln P_1\right)}_{\ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right) = \ln x}$$

soit enfin $\boxed{\Delta S = -nR \ln x}$

** $$S^r = \int_{EI}^{EF} \frac{\delta Q}{T}$$

Ce terme S^r correspond à un échange d'entropie avec l'air extérieur. càd que l'entropie reçue par l'hélium n'est autre que l'entropie cédée par l'air extérieur

L'idée est donc de calculer S^r_{th} puis de calculer $S^r = -S^r_{th}$. (I)

Pour un thermostat, on connaît la température constante :

$$S^r_{th} = \int \frac{\delta Q_{th}}{T_{th}}$$

$$= \int \frac{\delta Q_{th}}{T_0}$$

$$= \frac{1}{T_0} \int \delta Q_{th}$$

$$= \frac{Q_{th}}{T_0}$$

Or $Q_{th} = -Q$, d'où

$$S^r_{th} = -\frac{Q}{T_0}.$$

D'après (I), $S^r = -S^r_{th}$

$$= -\left(-\frac{Q}{T_0}\right)$$

$$\boxed{S^r = \frac{Q}{T_0}}$$

*** $S^c = \Delta S - S^r$

$$= -nR \ln x - \frac{Q}{T_0} \quad \text{où } Q = nRT_0(1-x)$$

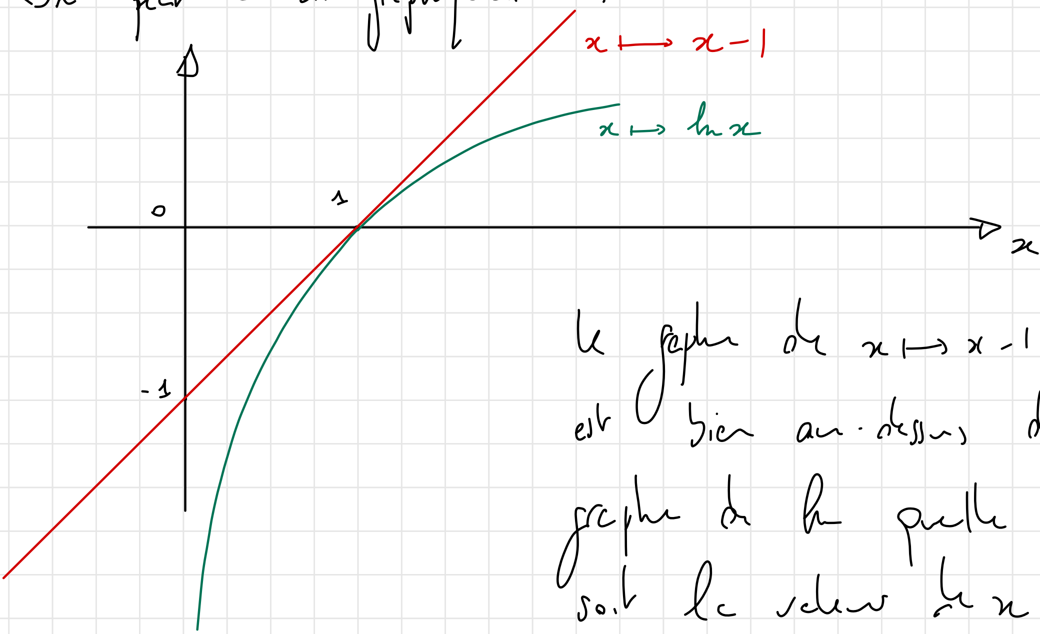
soit $\boxed{S^c = nR\left[(x-1) - \ln x\right]}$

L'application numérique :

$$S^c = 2{,}47 \text{ J/K}$$

est compatible avec le second principe ($S^c > 0$ pour une transformation irréversible)

On peut le voir graphiquement :



Le graphe de $x \longmapsto x-1$ est bien au-dessus du graphe de ln quelle que soit la valeur de x !

$$\forall x, \quad S^c(x) \begin{cases} = 0 & \text{pour } x = 1 \\ > 0 & \text{sinon} \end{cases}$$